

Standart Model Ötesi Fenomenoloji : Supersimetri

Part 1: The Standard Model



Cem Salih Ün

Bursa Uludağ Üniversitesi

August 27, 2026



1 Standard Model

- Simetri
- Higgs Mekanizması
- Hiyerarşi Problemi

2 Süpersimetri

- Wess-Zumino Model

3 MSSM

Standard Model

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

mass →	≈2.3 MeV/c ²	≈1.275 GeV/c ²	≈173.07 GeV/c ²	0	≈126 GeV/c ²
charge →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H Higgs boson
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

QUARKS (purple box)

LEPTONS (green box)

GAUGE BOSONS (red box)

- Fermion: 1/2 spin

Madde parçacıkları,

Quark - Lepton.

- Ayar Bozonları - 1 spin,

Etkileşim taşıyıcıları.

- Higgs Bozon - 0 Spin,

parçacıkların kütlesi.

Standard Model

Sürekli Simetri	Korunumlu Nicelik	
Zamanda Öteleme	Enerji	Uzayzaman (Kinematics)
Uzayda Öteleme	Lineer Momentum	Uzayzaman (Kinematics)
Rotasyon	Açısal Momentum	Uzayzaman (Kinematics)
$U(1)_{EM}$ Ayar Dönüşümü	Elektrik Yüğü	Elektromagnetik Etkileşim
$U(1)_Y$ Ayar Dönüşümü	Hiperyük	Hiperyük Etkileşim
$SU(2)_L$ Ayar Dönüşümü	Zayıf Isospin	Zayıf Etkileşim
$SU(3)_C$ Ayar Dönüşümü	Renk Yüğü	Güçlü Etkileşim (QCD)

The Standard Model: Grup Teori & QFT

SM: Grup Teori + Relativistik Alan Teorisi

$$G_{\text{SM}} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

Group Teori & Etkileşimler

- ▶ $SU(3)_C$ (**QCD**): Non-Abelian Ayar

Simetrisi $\rightarrow$ 8 gluon .

- ▶ $SU(2)_L \times U(1)_Y$ (**EW**): Electrozayıf

etkileşimler $\rightarrow W^\pm, Z^0, \gamma$.

Kuantum Alan Teorisi (QFT)

- ▶ vakum etrafında perturbasyon

- ▶ Simetrik Lagrangian

Standard Model Parçacık Representasyonları & Quantum Sayıları

Sector / Field	Symbol	Chiral	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	Hypercharge (Y)	Isospin (T_3)	Charge (Q)
Fermions (Quarks)							
Left-handed Quarks	Q_L	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3	2	+1/3	+1/2, -1/2	+2/3, -1/3
Right-handed Up Quark	u_R	u_R	3	1	+4/3	0	+2/3
Right-handed Down Quark	d_R	d_R	3	1	-2/3	0	-1/3
Fermions (Leptons)							
Left-handed Leptons	L_L	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	1	2	-1	+1/2, -1/2	0, -1
Right-handed Electron	e_R	e_R	1	1	-2	0	-1
Right-handed Neutrino*	ν_R	ν_R	1	1	0	0	0
Gauge Bosons							
Gluons (Strong)	G_μ^a	—	8	1	0	0	0
Weak Isospin	W_μ^i	—	1	3	0	+1, 0, -1	+1, 0, -1
Weak Hypercharge	B_μ	—	1	1	0	0	0
Scalar Field							
Higgs Doublet	Φ	$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	1	2	+1	+1/2, -1/2	+1, 0

*Note: Sağ-elli nötrinoların tüm kuantum sayıları sıfırdır.

Elektrik Yüğü: $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$

The Standard Model Lagrangian

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}}_{\text{Gauge Sector}} + \underbrace{i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi}_{\text{Fermion Sector}} + \underbrace{|D_\mu\Phi|^2 - V(\Phi)}_{\text{Higgs Sector}} - \underbrace{(y_{ij}\bar{\psi}_i\Phi\psi_j + \text{h.c.})}_{\text{Yukawa Sector}}$$

1. Gauge Sector ($\mathcal{L}_{\text{gauge}}$)

Ayar bozonlarının dinamiği

2. Fermion Sector ($\mathcal{L}_{\text{fermion}}$)

Fermiyonlar - Ayar bozonları etkileşimleri

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a G_\mu^a - ig\tau^b W_\mu^b - ig' Y B_\mu.$$

3. Higgs Sector ($\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$)

Skaler potansiyel: $V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$.

Kendiliğinden Simetri Kırılması

4. Yukawa Sector ($\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$)

Ayar-invaryant skaler-fermion etkileşimleri.

The Higgs Mekanizması: Ayar Bozon Kütleleri

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle} U(1)_{\text{EM}}$$

1. The Higgs Alanı & VEV

- Kompleks skaler dublet:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}.$$

- Vakum Beklenen Değer (VEV)

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \approx 246 \text{ GeV}$$

2. Gauge Boson Mass Formulas

- $|D_\mu \Phi|^2$:

$$M_W = \frac{1}{2} g v \quad (\approx 80.4 \text{ GeV})$$

$$M_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v \quad (\approx 91.2 \text{ GeV})$$

$$M_\gamma = 0 \quad (\text{Unbroken } U(1)_{\text{EM}})$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y_d \bar{Q}_L \Phi d_R - y_u \bar{Q}_L \tilde{\Phi} u_R - y_e \bar{L}_L \Phi e_R + \text{h.c.}$$

► $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} :$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} \supset -\frac{y_f v}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_f \psi_f - \frac{y_f}{\sqrt{2}} h \bar{\psi}_f \psi_f$$

► Kütle:

$$m_f = \frac{y_f v}{\sqrt{2}}$$

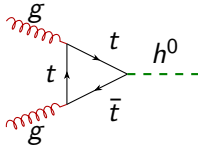
2. Key Physical Consequences

- **Hiyerarşik Yukawa:** $m_f \propto y_f$.
- **Higgs Etkileşimleri:** $g_{hff} = \frac{m_f}{v}$.
- Flavor karışımları
(CKM and PMNS matrisleri)

Higgs Bozon Üretim & Bozunum Kanalları

Üretim Kanalları ($\sqrt{s} = 13$ TeV)

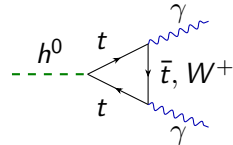
- ▶ **Gluon Fusion (ggF):** $\sim 85\%$ ($\sigma \approx 48.6$ pb)
- ▶ **Vector Boson Fusion (VBF):** $\sim 7\%$ (3.8 pb)
- ▶ **Associated VH (W/ZH):** $\sim 4\%$ (2.3 pb)
- ▶ **Associated $t\bar{t}H$:** $\sim 1\%$ (0.5 pb)



Gluon Fusion ($gg \rightarrow h^0$)

Bozunum Kanalları ($m_h \approx 125$ GeV)

- ▶ $h^0 \rightarrow b\bar{b}$ (**58.2%**): Dominant, high QCD bkg.
- ▶ $h^0 \rightarrow WW^*$ (**21.4%**): Broad width.
- ▶ $h^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ (**6.3%**): Leptonic mode.
- ▶ $h^0 \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\ell$ (**2.6%**): "Golden Channel".
- ▶ $h^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (**0.23%**): Discovery peak at LHC!



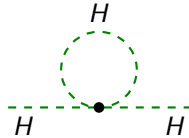
► Hassasiyet:

- Anomal magnetik moment
- W, Z ve Higgs bozon kütleleri, bozunum genişlikleri, etkileşim sabitleri
- charm, top ve güçlü etkileşim sabiti

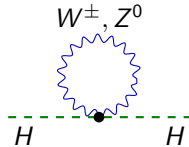
► Nadir B–mezon bozunumları: $B_s \rightarrow \mu\mu$, $B \rightarrow X_s\gamma$

► Flavor Karışımları: CKM matris, yüklü lepton flavor ihlalleri

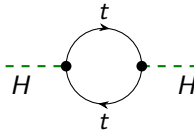
Hierarşi Problemi



$$\sim \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_H^2} \sim \frac{1}{16\pi^2} \lambda^2 \Lambda^2$$



$$\sim \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_G^2} \sim \frac{1}{16\pi^2} g^2 \Lambda^2$$



$$\sim \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{\not{k} - m_f} \frac{i}{(\not{k} - \not{p}) - m_f} \sim -\frac{3}{8\pi^2} y_t^2 \Lambda^2$$

$$\begin{aligned}\delta m_H^2 &\sim \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} (\lambda^2 + g^2 - 6y_t^2) \\ &\sim \frac{\Lambda^2}{16\pi^2 v^2} (3m_H^2 + 6m_W^2 + 3m_Z^2 - 12m_t^2)\end{aligned}$$

► **Bozonik Katkılar (+):**

$$m_H^2 + 2m_W^2 + m_Z^2 \approx (125)^2 + 2(80.4)^2 + (91.2)^2 \approx 3.69 \times 10^4 \text{ GeV}^2$$

► **Fermiyonik Katkı (−) :**

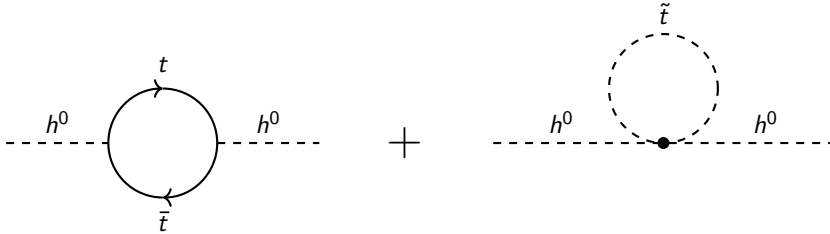
$$4m_t^2 \approx 4(173.1)^2 \approx 1.20 \times 10^5 \text{ GeV}^2$$

$$\Lambda \simeq ?$$

Standart Model'in Temel Eksiklikleri ve Sınırları

- ▶ **Nötrino Kütleleri & Salınımları:** SM nötrinoları kütesiz öngörür, ancak salınım gözlemleri nötrinoların kütleli olduğunu kanıtlamıştır.
- ▶ **Karanlık Madde ve Karanlık Enerji:** Evrenin %95'ini oluşturan karanlık bileşenleri açıklayacak kararlı bir SM parçacığı veya mekanizması yoktur.
- ▶ **Madde - Anti-Madde Asimetrisi:** SM CKM matrisindeki CP ihlali, evrendeki baryon asimetrisini açıklamak için son derece yetersizdir.
- ▶ **Flavor Hiyerarşisi:** Fermiyon kütleleri arasındaki devasa mertebe farkları (elektron ile top kuark arası 10^5 kat) açıklanamaz.
- ▶ **Güçlü CP Problemi:** QCD Lagrangian'ındaki CP ihlali parametresinin (θ_{QCD}) deneysel olarak neden sıfıra yakın olduğu bilinmemektedir.
- ▶ **Kuantum Kütleçekimi:** Kütleçekim kuvveti $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubuna ve renormalize edilebilir QFT yapısına dahil edilemez.

Süpersimetri: Fermiyon $\longleftrightarrow$ Bozon



$$\Delta m_h^2 \propto -\frac{3y_t^2}{8\pi^2}\Lambda^2$$

$$\Delta m_H^2 \propto +\frac{3\lambda_s}{16\pi^2}\Lambda^2$$

$$Q |fermiyon\rangle = |bozon\rangle, \quad Q |bozon\rangle = |fermiyon\rangle$$

Wess-Zumino Model: Serbest Alanlar

$$\mathcal{S} = \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{skaler}} + \mathcal{L}_{\text{fermiyon}}) : \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{L}_{\text{skaler}} & = -\partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi \\ \mathcal{L}_{\text{fermiyon}} & = i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \\ \hline \mathcal{L}_{\text{serbest}} & = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \end{array} \right.$$

Alan	Spin	On-Shell	Off-Shell
Karmaşık Skaler (ϕ)	0	2	2
Weyl Spinörü (ψ)	1/2	2	4
Yardımcı Alan ($\mathcal{F}$)	0	0	2

$$\mathcal{L}_{\text{serbest}} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + \mathcal{F}^* \mathcal{F}$$

Wess-Zumino Model: Serbest Alanlar

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \phi' \simeq \phi + \delta\phi \\ \psi &\rightarrow \psi' \simeq \psi + \delta\psi \\ \mathcal{F} &\rightarrow \mathcal{F}' \simeq \mathcal{F} + \delta\mathcal{F} \end{aligned} \quad , \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta\phi = \epsilon\psi \\ \delta\psi_\alpha = -i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu\phi + \epsilon_\alpha\mathcal{F} \\ \delta\mathcal{F} = -i\epsilon\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi \end{array} \right.$$

$$[\delta_{\epsilon_2}, \delta_{\epsilon_1}]\phi = -i(\epsilon_1\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger - \epsilon_2\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)\partial_\mu\phi$$

Wess-Zumino Model: Etkileşimli Alanlar

$$\textbf{Ansatz: } \mathcal{L}_{\text{int}} = \left(\frac{1}{2} \mathcal{W}^{ij} \psi_i \psi_j + \mathcal{W}^i \mathcal{F}_i + \text{c.c} \right)$$

$$\text{Süperpotansiyel: } \mathcal{W} \equiv \mathcal{W}(\phi_i, \phi_j^*) = M^{ij} + y^{ijk} \phi_k + Y^{ijk} \phi_k^*$$

$$\mathcal{W}^{ij} \equiv \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \phi_i \partial \phi_j}, \quad \mathcal{W}^i \equiv \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i}$$

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}_{\text{int}} |_{\phi, \phi^*} &= -\frac{1}{2} \frac{\delta \mathcal{W}^{ij}}{\delta \phi_k} \delta \phi_k \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} \frac{\delta \mathcal{W}^{ij}}{\delta \phi_k^*} \delta \phi_k^* \psi_i \psi_j \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\delta \mathcal{W}^{ij}}{\delta \phi_k} (\epsilon \psi_k) \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} \frac{\delta \mathcal{W}^{ij}}{\delta \phi_k^*} (\epsilon^\dagger \psi_k^\dagger) \psi_i \psi_j \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\delta \mathcal{W}^{ij}}{\delta \phi_k} (\epsilon \psi_k) \psi_i \psi_j = 0 \end{aligned}$$

Holomorfi: $\mathcal{W}$ Skaler alanların kompleks eşleniklerine bağlı olamaz! ($Y^{ijk} = 0$)

$$\mathcal{L}_{\mathcal{F}} = \mathcal{F}^{*i} \mathcal{F}_i + \mathcal{W}^i \mathcal{F}_i \Rightarrow \delta \mathcal{L}_{\mathcal{F}} = \mathcal{F}^{*i} + \mathcal{W}^i = 0 \rightarrow \mathcal{F}^{*i} = -\mathcal{W}^i$$
$$\mathcal{L} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i \psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi + \frac{1}{2} \left(\mathcal{W}^{ij} \psi_i \psi_j + \mathcal{W}_{ij}^* \psi_i^\dagger \psi_j^\dagger \right) + \mathcal{W}^i \mathcal{W}_i^*$$

- Süpersimetrik modellerde skaler potansiyel: $V(\phi_i, \phi_i^*) = \mathcal{F}_i \mathcal{F}^{*i} = \mathcal{W}^i \mathcal{W}_i^*$
- On shell: $\mathcal{F} = 0 \implies V(\phi_i, \phi_i^*) = 0$
- **Vakumun sıfırdan farklı bir enerjiye sahip olması için SUSY kırılmak zorunda!**

$$\mathcal{W} = \frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k$$

Part II: MSSM

Standard Model Ötesi Fenomenoloji

Cem Salih Ün

Bursa Uludağ Üniversitesi

August 27, 2026

